NT-5-ODLUČIVANJE U UVJETIMA NESIGURNOSTI

S obzirom na to u kojoj mjeri su nam poznate moguće posljedice odluka koje donosimo, metode za odlučivanje dijele se na dvije osnovne skupine:

- metode za odlučivanje u uvjetima determinizma i
- metode za odlučivanje u uvjetima nesigurnosti i rizika.

O odlučivanju u uvjetima nesigurnosti govorimo onda kada je moguće očekivati različite posljedice naših odluka, a ne raspolažemo s informacijama koje bi nam omogućile donošenje procjene o tome koja vjerojatnost se može pridružiti pojedinoj posljedici. Informacije s kojima raspolažemo u situaciji odlučivanja u uvjetima nesigurnosti (neizvjesnosti) su:

- aktivnosti koje možemo poduzeti
- situacije (posljedice) koje se mogu očekivati

Matrica (tablica) plaćanja

Informacije s kojima je opisan problem odlučivanja u uvjetima nesigurnosti prikazuju se u obliku tablice (matrice) plaćanja koja ima slijedeći oblik:

	S_1	S_2	S_3	...	S_n
A_1	v_{11}	v_{12}	v_{13}	...	v_{1n}
A_2	v_{21}	v_{22}	v_{23}	...	v_{2n}
A_3	v_{31}	v_{32}	v_{33}	...	v_{3n}
...	...	...	...	...	...
A_m	v_{m1}	v_{m2}	v_{m3}	...	v_{mn}

A_i - i-ta aktivnost (akcija)
S_j - j-to stanje okoline
v_{ij} - plaćanje (posljedica) poduzimanja akcije i ako je okolina u stanju j

Primjer: Prodavač novina nabavlja novine po 3 kn, a prodaje ih po 5 kn. U slijedećoj tablici prikazuju se mogućnosti zarade ovisno o odnosu broja nabavljenih i prodanih primjeraka novina.

	16	17	18	19	20	21	22	23	24
16	32	32	32	32	32	32	32	32	32
17	29	34	34	34	34	34	34	34	34
18	26	31	36	36	36	36	36	36	36
19	23	28	33	38	38	38	38	38	38
20	20	25	30	35	40	40	40	40	40
21	17	22	27	32	37	42	42	42	42
22	14	19	24	29	34	39	44	44	44
23	11	16	21	26	31	36	41	46	46
24	8	13	18	23	28	33	38	43	48

Stanje okoline - potražnja za novinama (16 do 24 primjerka)
Akcija - broj naručenih primjeraka novina (16 do 24 primjerka)

Ako napr. naruči 22 primjerka, a proda ih 19, zarada je $19 \cdot 5 - 22 \cdot 3 = 29$ kn .

Kriteriji za odlučivanje u uvjetima nesigurnosti

Nesigurnost - ne zna se koje će stanje nastupiti, niti su poznate vjerojatnosti nastupanja pojedinih stanja.

Maximin kriterij (Wald-ov kriterij)

Ovaj kriterij karakterizira odbojnost prema riziku. Za svaku akciju $\mathbf{a_i}$ identificira se najslabiji ishod $\mathbf{v_{ij*}}$ i bira se ona akcija $\mathbf{a_k}$ za koju je ta vrijednost najveća. (a=16)

$$v_{ij*} = \min_j v_{ij}$$

$$r_k = \max_i v_{ij*} = \max_i (\min_j v_{ij})$$

Maximax kriterij

Ovaj kriterij karakterizira sklonost riziku. Za svaki kriterij identificira se najbolji ishod $\mathbf{v_{ij}^*}$ i bira se akcija a_k za koju je ta vrijednost najveća. (a=24)

$$v^*_{ij} = \max_j v_{ij}$$

$$r_k = \max_i v^*_{ij} = \max_i (\max_j v_{ij})$$

Hurwiczov kriterij

Ravnoteža između prethodna dva kriterija. Za svaku akciju **a** $_i$ računa se Hurwiczova vrijednost

$$H(i) = \alpha v_{ij}{}^* + (1- \alpha)v_{ij^*}$$

Bira se akcija **a**$_k$ s najvećom vrijednošću H(k) . Parametar α (indeks pesimizma-optimizma) karakterizira stav donositelja odluke prema riziku.

Kriterij minimalnog žaljenja (Savage –ov kriterij)

Svakom ishodu u tablici odlučivanja pridružuje se žaljenje

$r_{ij} = \max_k v_{kj} - v_{ij}$ (od ishoda najbolje akcije za stanje j oduzima se vrijednost v_{ij})

Formira se tablica žaljenja; svakoj akciji **a** $_i$ pridruži se maksimalno žaljenje

$\rho_i = \max_j r_{ij}$ (najgori ishod za akciju **a** $_i$) te se bira ona akcija **a**$_k$ za koju je ova vrijednost minimalna

$$\rho_k = \min_i(\max_j r_{ij})$$

Ovaj kriterij temelji se na spoznaji da donositelj odluke ne može utjecati na stanje okoline, ali posljedice za njega proizlaze iz njegovog izbora akcije. Stoga ima smisla uspoređivati posljedice različitih akcija koje je on mogao poduzeti u odnosu na pojedino stanje. Pojam koji se uvodi da bi se formalizirala takva analiza je „žaljenje” (regret) što odgovara osjećaju koji se javlja kad on spozna što je propustio svojim krivim izborom. Da bi se primijenio ovaj kriterij potrebno je prvo izračunati *žaljenja* (žaljenje zbog posljedica odluke) na temelju podataka iz tablice odluke

Žaljenje zbog izbora odluke i u slučaju da je nastupilo stanje okoline j definira se kao

$$r_{ij} = \max_k v_{kj} - v_{ij}$$

ova veličina predstavlja razliku između najboljeg mogućeg ishoda uslijed nastupanja stanja j i posljedice ukoliko se izabere akcija i .

	16	17	18	19	20	21	21	23	24
16	**32**	32	32	32	32	32	32	32	32
17	29	**34**	34	34	34	34	34	34	34
18	26	31	**36**	36	36	36	36	36	36
19	23	28	33	**38**	38	38	38	38	38
20	20	25	30	35	**40**	40	40	40	40
21	17	22	27	32	37	**42**	42	42	42
22	14	19	24	29	34	39	**44**	44	44
23	11	16	21	26	31	36	41	**46**	46
24	8	13	18	23	28	33	38	43	**48**

tablica žaljenja je

	16	17	18	19	20	21	21	23	24
16	0	2	2	6	8	10	12	14	16
17	3	0	4	4	6	8	10	12	14
18	6	3	0	2	4	6	8	10	12
19	9	6	3	0	2	4	6	8	10
20	12	9	6	3	0	2	4	6	8
21	15	12	9	6	3	0	2	4	6
22	18	15	12	9	6	3	0	2	4
23	21	18	15	12	9	6	3	0	2
24	23	21	18	15	12	9	6	3	0

uvedimo oznaku za najmanje žaljenje koje pripada akciji a_i

$$\rho_i = \max_j r_{ij}$$

sada se bira ona akcija a_k kojoj je pridruženo najmanje žaljenje

$$\rho_k = \min_i \rho_i = \min_i \max_j r_{ij}$$

U primjeru prodavača novina po ovom kriteriju treba naručiti 19 komada novina

jer vrijedi $\rho_4 = \min_i \rho_i = \min\{16,14,12,10,12,15,18,21,23\} = 10$.

Važno!
Ovi kriteriji imaju uglavnom teoretsko značenje.

Praktičan pristup

Pretpostavimo da su za pojedina stanja poznate vjerojatnosti njihovih nastupanja $P(S_j)$.

S_j	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$P(S_j)$	0,05	0,20	0,30	0,20	0,10	0,05	0,05	0,03	0,02

Očekivana vrijednost

Ako se od ostvarivanja nekog događaja koji ima vjerojatnost **p** očekuje dobit visine **D**, **matematičko očekivanje** (očekivana vrijednost, očekivana monetarna vrijednost…) definira se kao produkt ovih vrijednosti

$$E = D \cdot p$$

Npr., ako se od dobivanja broja 6 kod bacanja kocke očekuje dobit visine 300 kn, matematičko očekivanje igrača je 50 kn (u ovom konkretnom primjeru ova vrijednost zove se cijena igre – igrač mora platiti točno toliko da bi imao pravo bacanja kocke u slučaju pravedne igre). U slučaju velikog broja igara ukupno uplaćen iznos jednog igrača jednak je njegovom ukupnom dobitku.

Pojam matematičkog očekivanja koristi se kada se određuje cijena (pravedna) neke igre na sreću (matematičko očekivanje poveća se za troškove igre i zaradu organizatora itd.), kod izračunavanja premija različitih osiguranja i u ostalim sličnim situacijama.

U slučaju odlučivanja kada se pojedinim posljedicama može pridružiti vjerojatnost njihovog nastupanja, za svaku moguću odluku (akciju) računa se njezina očekivana vrijednost

$$EV(A_i) = \Sigma_j \, v_{ij} \, P(S_j)$$

i kao najbolja bira se ona akcija koja ima najveću očekivanu vrijednost.

Za primjer prodavača novina izračunaju se slijedeće očekivane vrijednosti

A_i	16	17	**18**	19	20	21	22	23	24
$EV(A_i)$	25,60	26,95	**28,30**	28,15	27,00	25,35	23,45	21,30	19,00

Dakle, prema ovom kriteriju naručuje se **18 primjeraka** novina.

Ai	P(Sj)									EV(Ai)
	0,05	0,20	0,30	0,20	0,10	0,05	0,05	0,03	0,02	
	16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	
16	32	32	32	32	32	32	32	32	32	**32,00**
17	29	34	34	34	34	34	34	34	34	**33,75**
18	26	31	36	36	36	36	36	36	36	**34,50**
19	23	28	33	38	38	38	38	38	38	**33,75**
20	20	25	30	35	40	40	40	40	40	**32,00**
21	17	22	27	32	37	42	42	42	42	**29,75**
22	14	19	24	29	34	39	44	44	44	**27,25**
23	11	16	21	26	31	36	41	46	46	**24,50**
24	8	13	18	23	28	33	38	43	48	**21,60**

Laplace-ov kriterij

Ovaj kriterij temelji se na pojmu očekivane vrijednosti i na pretpostavci da u slučaju kada donositelj odluke ne zna koje su vjerojatnosti nastupanja mogućih stanja okoline nema razloga za ne pretpostaviti da su te vjerojatnosti jednake[1]. Prema tome primijeni li se ovaj kriterij imamo

S_j	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$P(S_j)$	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11

a očekivane vrijednosti mogućih akcija su

A_i	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$EV(A_i)$	32,00	33,44	34,33	34,66	34,44	33,66	32,33	30,44	28,00

Dakle, najbolja je akcija naručiti 19 primjeraka novina.

Na ovom primjeru vidi se da spomenuti kriteriji mogu upućivati na različite akciju kao najbolje.

Primjer : Milnorov primjer (prema French (1986), str.39). Primijenite opisane kriterije na slijedeći slučaj

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	2	2	0	1
A_2	1	1	1	1
A_3	0	4	0	0
A_4	1	3	0	0

[1] ova pretpostavka se naziva «principle of insufficient reason», vidi French (1986)

Aksiomi teorije odlučivanja

A1) Svaki kriterij mora omogućiti kompletno rangiranje alternativa.
A2) Neovisnost od označavanju alternativa.
A3) Neovisnost o vrijednosnim skalama.
A4) Aksiom o strogoj dominaciji.
A5) Neovisnost o irelevantnoj alternativi.
A6) Neovisnost o pribrajanju konstante stupcu.
A7) Neovisnost o permutiranju redova.
A8) Neovisnost o dupliciranju stupca.

Važno!
Ni jedan od spomenutih kriterija ne zadovoljava sve ove aksiome!

Da li je EMV dobar kriterij za odlučivanje?

Dobar je kod donošenja odluka u situacijama koje se ponavljaju (igra na prosjek)!

Nije dobar (manje je pogodan) za jednokratne odluke!

Primjer:

Imamo mogućnost kupiti dvije kompanije po istoj cijeni:

Kompanija	Stanje okruženja		EMV
	1	2	
A	150.000	-30.000	150.000 $\cdot 0.5$ - 30.000 $\cdot 0.5$= **60.000**
B	70.000	40.000	70.000 $\cdot 0.5$+40.000 $\cdot 0.5$= **55.000**
Vjerojatnosti	0.5	0.5	

EMV – rizičan kriterij u ovom slučaju!

Zadaci za vježbu (French (1986), str.57)

1. Tablica odlučivanja je

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	0	10	5	5
A_2	9	0	1	0
A_3	3	1	1	10
A_4	5	2	0	5

ako donositelj odluke izabere akciju A_1 s kojim je to kriterijem u skladu?

a) Waldov kriterij maksimin povrata
b) Hurwicz-ov za $\alpha = 0,3$ i $\alpha = 0,6$
c) Savage-ov kriterij minimalnog žaljenja
d) Laplace-ov kriterij srednjeg povrata
e) Očekivana vrijednost odluke za distribucije vjerojatnosti
   e1) (0.1, 0.4, 0.3, 0.2)
   e2) (0.4, 0, 0.3, 0.3)
   e3) (0.2, 0, 0.5, 0.3)

2. Tablica odlučivanja je

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
A_1	x	10	5	5	3
A_2	9	0	1	0	10
A_3	3	1	1	10	3
A_4	5	2	0	5	5

odredite za koje vrijednosti od *x* donositelj odluke bira pojedine akcije po

a) Waldovom kriteriju,
b) Hurwicz-ovom kriteriju za $\alpha = 0,5$
c) Savage-ov kriteriju
d) Laplace-ovom kriteriju